第39卷第2期 中国科学技术大学学报 Vol. 39, No. 2
2009年2月 JOURNAL OF UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA Feb. 2009
文章编号: 0253-2778(2009)02-0204-04

一种基于对称曲线的非均匀 FDTD 网格快速生成算法

周国祥, 王春艳, 石 雷

(合肥工业大学, 安徽合肥 230009)

摘要: 模拟电磁场 FDTD 网格的可视化是解决电磁学问题的一种有效方法, 而有效网格的自动生成算法是其中最关键的技术. 为此基于对称曲线提出了一种非均匀 FDTD 网格的划分算法, 采用此方法生成的网格不仅精确, 而且快速有效, 有利于提高网格计算的精确度, 适用于一般的电磁场网格生成系统.

关键词: 非均匀 FDTD 网格; 可视化; 网格自动生成算法; 对称曲线
中图分类号: TP391 文献标识码: A

A symmetric-curve-based fast algorithm for generating non-uniform FDTD mesh

ZHOU Guo-xiang, WANG Chun-yan, SHI Lei

(*Hefei University of technology, Hefei* 230009, *China*)

Abstract: Electromagnetic simulation and visualization based on non-uniform FDTD mesh is an efficient method for solving many electromagnetic problems and it is important to use a good algorithm to produce reasonable and suitable mesh. An algorithm based on the symmetrical curve is thus proposed. Grids produced with the algorithm are not only accurate, but also fast, and the precision of mesh computation is also enhanced. Therefore, it can be used for general mesh producing systems.

Key words: non-uniform FDTD grids; visualization; automatic mesh generation algorithm; symmetrical curve

0 引言

有限元法是一种求解场问题的数值方法, 其数学基础是变分原理, 核心思想是离散化和分片插值, 用网格去逼近所分析的场, 因此将有限元法应用于电磁场的分析, 即模拟电磁场 FDTD 网格的可视化是一种有效解决电磁学问题的有效方法. 通过建立可视化的电磁场模拟系统, 研究者可以对电磁场的分布、变化特性有更深刻、更形象、更直观的认识, 进一步加强科学计算的合理性.

有限元网格自动生成技术是目前数值模拟中的关键技术之一, 一个有效的网格生成系统能够根据原始数据文件快速生成相应的网格坐标文件和介质数据文件, 作为 FDTD 网格计算的输入数据, 所以快速、可靠、有效的网格坐标生成算法很大程度上决定了 FDTD 网格计算的成败. 决定 FDTD 方法精度的一个因素就是所取网格的尺寸, 如果采用均匀网格, 则必须采用小尺寸网格, 但这样会受到计算机内存和运行时间的限制. 鉴于此, 本文在直角坐标系中采用按照一定范围比例缓慢变化的网格, 即在两种

收稿日期: 2007-06-26; 修回日期: 2008-04-23
基金项目: 教育部科学技术研究重点项目(03100), 安徽省自然科学基金(050420202)资助.
作者简介: 周国祥(通讯作者), 教授, E-mail: zgxhfut@hfut.edu.cn.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

介质的分界处采用亚网格技术剖分, 其他区域采用粗网格, 亚网格和粗网格相互结合的方法既能保证计算的精度, 又能节约内存和运行时间.

1　网格生成原理

网格生成过程就是把一个给定的区域(或几何体) 分解成有限单元, 以便使偏微分方程有较好的数值解[1], 网格生成是连接几何模型和数值算法的纽带, 几何模型只有被划分成一定标准的网格后才能对其进行数值求解, 网格划分越细, 得到的结果就越精确, 但耗时也越多. 由此可以看出, 网格生成是进行数值计算的第一步.

网格生成一般分为两类, 即结构化网格和非结构化网格. 结构化网格有清晰的结构, 所有网格结构相同. 其优点是结构简单, 提供了更多的单元尺寸和形状控制, 便于数值处理; 缺点是在处理复杂几何体时缺乏适应能力, 不利于处理复杂的几何体. 非结构方法又称为自动网格生成方法, 即算法程序在接受了区域的几何表示后, 不需要用户任何干预就可以在任意复杂的区域内生成用户所需的有限元网格. 其优点是对于复杂模型有着较好的适应能力; 缺点是网格的自适应调整需要花费较长的计算时间.

本文权衡了网格生成效率和精确度的关系, 致力于提出一种利用对称曲线函数实现在平面区域内生成非结构网格的快速生成方法, 该方法以单区间为例, 优化各种参数生成满足条件的网格, 生成的网格不仅能够有效描述原几何形体, 而且能反映因电磁场特性引发的粗细网格的均匀过渡. 应用实例表明, 本文方法可有效提高网格生成的效率和质量, 符合有限元仿真分析的要求.

2　网格坐标生成

2.1　区间划分思想

FDTD 用户提供的是一个原始数据文件, 它给出了每个物体在计算域中的几何坐标和介质参数, 物体的各区间可能会有重叠区, 为此, 必须对已知物体的区间进行重新划分. 划分的原则是将区间重叠的部分提取出来单独考虑.

为了更有效地实现网格的自适应划分, 综合各要素, 得出区间划分及网格生成应满足以下要求:

(Ⅰ) 区间之间不能相互重叠;

(Ⅱ) 区间要与物体的占有空间相容, 即区间不能落在原物体的占有区域(原区域) 之外, 也不可在原区域边界处出现空洞;

(Ⅲ) 区间要尽可能地逼近原物体, 生成的网格应尽可能接近理想形状;

(Ⅳ) 网格的密度分布应合理, 即变化梯度避免出现骤变, 粗细网格之间应保证均匀过渡;

(Ⅴ) 相邻区间的网格边界应相容, 即实现“密-稀-密”、“密-稀”、“稀-密” 三种情况下的网格坐标无缝连接.

以直角坐标系下的一个具体电磁场网格系统为例, 我们首先要做的就是对 X, Y, Z 三个方向的区间进行划分, 各个方向均采用相同的区间划分方法[2~5], 即对原始区间端点坐标进行冒泡排序得出递增有序数列, 进而划分出各个区间.

2.2　网格坐标生成算法

原物体的几何区间经过区间划分后, 生成一组新的子区间, 即将整个计算区域划分为若干个子区域, 这些子区域可以进行网格剖分. 为了反映电磁场的场强特性变化的过渡性及物体几何特征, 需要实现网格密度的平缓变化, 每个子区间的两端总是和不同的子区间或不同的物体相连接, 因此, 在这些边界处需要用较稠密的网格, 而子区间的中间部分使用较稀疏的网格, 即采用渐变型网格来描述. 下面以 X 方向上某个区间的网格划分为例来描述算法.

通常, 每个子区间内的网格有三种风格的变化: ①从密集到稀疏; ②从稀疏到密集; ③从密集到稀疏, 再到密集. 为说明此网格生成算法, 本文在 X 方向上选取某个区间[Spo int, Epo int] 为例讨论网格风格 ③. 易知, 区间网格的长度 L_x = Epo int - Spo int, 假设 X min, R_x 分别为最小网格尺寸和相邻网格长度的变化率, 其中, $R_x \in (1.2, 1.3)$. 计算网格的尺寸将从长度为 X min 的第一个网格开始, 以一定范围内的增长比率 R_x 增加, 经过中间点后, 再以 R_x 的比率减少, 直至最后一个网格尺寸为 X min为止. 在先前的算法[2] 中(等比率网格算法), 几经变换, 在满足 $R_x \in (1.2, 1.3)$ 的条件下, 采用一个恒定网格变化率 R_x 值, 这样生成的网格基本上能满足 FDTD 计算网格的要求, 但是在处理短区间的网格划分上, 往往因区间中部网格长度突变给 FDTD 计算带来较大的误差. 鉴于此, 本文采用一个变化的 R_x 值来表示任意两个网格长度的比率, 只要满足 $R_x \in (1.2, 1.3)$ 即可, 多次实验测试表明, 这在一定程度上降低了短区间网格划分的误差.

基于余弦函数曲线在[0, π] 区间内的渐变性

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

质, 采用函数 $Y = a_1 - a_2 * \cos X$ (以下简称余弦网格函数) 作为网格坐标划分的依据, 不难推出: $a_1 = \frac{Epo\ int + Spo\ int}{2}$, $a_2 = \frac{Epo\ int - Spo\ int}{2}$, 则第 $i+1$ 个区间和第 i 个区间的网格变化率为

$$R_x(i) = \frac{Y_{i+1} - Y_i}{Y_i - Y_{i-1}}$$

即

$$R_x(i) = \frac{\cos\left(\sum_{j=1}^{i}\Delta x_j\right) - \cos\left(\sum_{j=1}^{i+1}\Delta x_j\right)}{\cos\left(\sum_{j=1}^{i-1}\Delta x_j\right) - \cos\left(\sum_{j=1}^{i}\Delta x_j\right)} = \frac{\sin\left(\sum_{j=1}^{i}\Delta x_j + \frac{\Delta x_{i+1}}{2}\right) * \sin\left(\frac{\Delta x_{i+1}}{2}\right)}{\sin\left(\sum_{j=1}^{i-1}\Delta x_j + \frac{\Delta x_i}{2}\right) * \sin\left(\frac{\Delta x_i}{2}\right)}$$

所以在网格坐标的划分过程中, 只要相应地调整 $R_x(i)$, 使得 $R_x(i) \in (1.2, 1.3)$ 即可. 基于余弦网格函数曲线在 $[0, \pi]$ 内变化趋势的对称性, 只需考虑在 $[0, \pi/2]$ 内的网格划分即可. 在网格的划分过程中, 如果当前网格到达中间点时未能恰好划分, 则必是下列三种情况之一:

(Ⅰ) 当 $2 * L_{rest} \leqslant (Y_i - Y_{i-1})/1.3$ 时, 将剩余尺寸 L_{rest} 合并为第 i 个网格;

(Ⅱ) 否则, 当 $2 * L_{rest} \leqslant 1.3 * (Y_i - Y_{i-1})$ 时, 将 $2 * L_{rest}$ 作为第 $i+1$ 个网格;

(Ⅲ) 否则, 将 $2 * L_{rest}$ 一分为二.

其中, a_1 为区间的中点值. L_{rest} 为剩余网格尺寸, 即 $L_{rest} = a_1 - Y_i$.

算法流程如图 1 所示. 另外, 将余弦网格函数中各参数稍加改动即可实现风格①或②的网格描述.

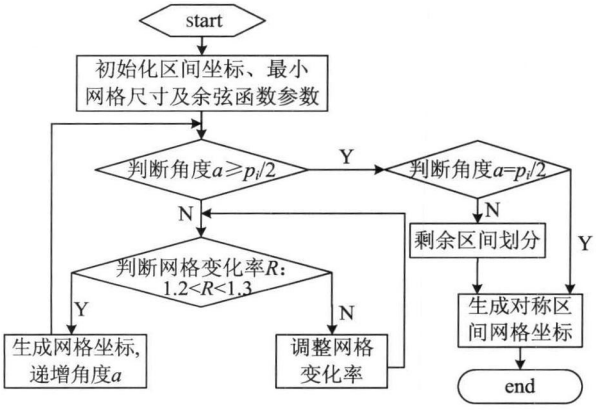

图 1 算法流程图

Fig. 1 Flow chart of algorithm

3 实例演示

基于上述算法思想, 我们成功设计了直角坐标系下的非均匀 FDTD 网格图形生成系统, 系统可以自动生成一维、二维、三维网格图形[6~9], 并基于 OpenGL 实现了三维网格图形的消隐处理. 下面以 U 型双频微带天线为例来验证上述算法的正确性和可行性.

首先, 给出用此算法生成的一维网格图形, 如图 2 所示. 这是关于 U 型双频微带天线沿 X 方向的网格分布图, 整个计算区域被划分成九个子区间, 每个子区间内都是按照"密-稀-密"的规律分布的, 通过界面上的操作按钮, 用户可以对任意子区间实现三种网线风格的转换及其 X, Y, Z 三个方向上的网格展示.

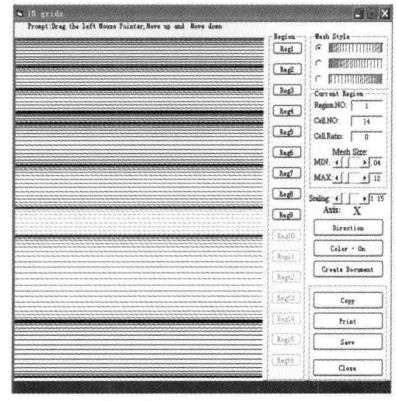

图 2 U 型双频微带天线一维(X 方向) 网格

Fig. 2 1 D (X-axis) mesh of dual-band U-slot microstrip antenna

其次, 给出 U 型双频微带天线在直角坐标系中三个坐标平面上的二维网格图形. 图 3 为 XOY 平

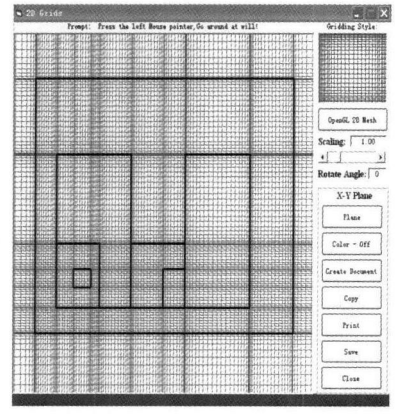

图 3 U 型双频微带天线二维(XOY 面) 网格

Fig. 3 2 D (XOY plane) mesh of dual-band U-slot microstrip antenna

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

面上的二维网格图形,无论从 X 方向还是 Y 方向都可以很好地观察网格的分布规律.

最后,基于 OpenGL 实现了三维网格图形的消隐处理,改善了可视化三维网格图形的质量,方便 FDTD 用户进行数据采集与筛选,使用户可以很好地观察、分析电磁场网格的分布规律及其特性,如图 4 所示,与等比网格算法的比较如图 5 所示.

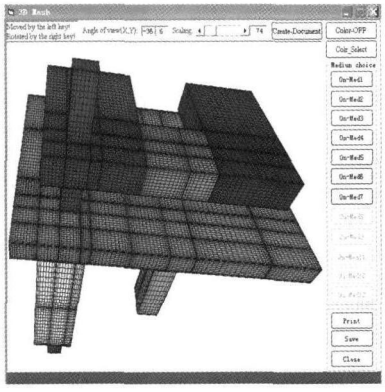

图 4　U 型双频微带天线三维网格图形

Fig. 4　3 D mesh of dual-band U-slot microstrip antenna

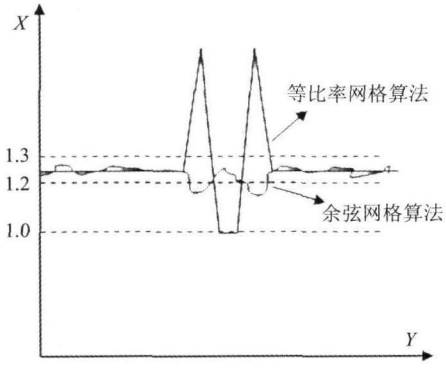

图 5　算法性能比较图

Fig. 5　Algorithm performance comparison

4　结论

基于对称曲线的性质,本文提出了一种非均匀 FDTD 网格的快速生成算法,多次运行测试表明,使用该算法生成的网格坐标不仅正确可靠、快速高效,而且改善了网格划分算法中的误差问题. 如图5所示,以 U 型双频微带天线某个区间网格为例,比较了余弦网格算法与等比率算法在处理网格划分上的网格变化率问题,由图 5明显可看出,余弦网格算法在一定程度上降低了网格划分数据的误差,有助于提高后续的电磁场 FDTD 仿真及模拟计算的精确度,可以应用到一般的非均匀网格图形的自动生成系统中.

参考文献(**References**)

[1] Yee K S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations inisotropic media [J]. IEEE Transactions on Antennas and propagation, 1966, 14(3): 302-307.

[2] Zhou G, Chen Y C. Efficient non-uniform orthogonal mesh generation algorithm for cylindrical finite difference time applications [J]. Chinese Journal of Electronics, 2001, 10(3): 292-295.

[3] Zhou G, Yang Z J. Extended BOR-FDTD analysis for horn antennas [J]. Chinese Journal of Electronics, 2005, 14(4): 735-738.

[4] Shen G, Zhou G. Analysis and design of cylindrical multi: layered MICs using a unified non-uniform FDTD algorithm[J]. Microwave Optical Technology Letters, 2002, 33(4): 254-262.

[5] 周国祥,杨明武,侯整风. 在直角坐标系下一种快速有效产生非均匀 FDTD 网格的算法[J]. 微波学报, 2002, 18(2): 67-70.

[6] Chen Y, Mittra R, Harms P. FDTD algorithm for solving Maxwell's equations in rotationally symmetrical geometries [J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1999, 44(6): 832-839.

[7] Yu W, Mittra R. A conformal FDTD software package modeling antennas and microstrip circuit component [J]. IEEE Transactions on Antennas and propagation, 2000, 42(5): 28-39.

[8] 周国祥,程萍,蒋经国,等. 直角坐标系下非均匀 FDTD 网格生成系统[J]. 微波学报, 2005, 21(2): 56-59.

[9] Yang M, Chen Y, Beker B. Dual frequency U-shaped planar microstrip antenna for mobile telephone communications [J]. Recent Research Development of Microwave Theory and Techniques, 2002, 2: 279-294.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net